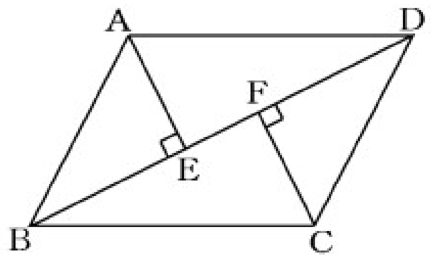
徹底演習【平行四辺形の証明】

1. 平行四辺形 ABCD の A, C から対角線 BD にひいた垂線と BD との交点をそれぞれ E, F とする。このとき, AE＝CF となることを次のように証明した。ア～ウにあてはまるものを書け。



(証明)

△ABE と△CDF で,

仮定より,

　∠AEB＝∠CFD＝90°　・・・①

平行四辺形の向かい合う辺は等しいので,

　AB＝CD　・・・②

また，AB // DC で，平行線の(　ア　)は等しいので,

　∠ABE＝∠CDF　・・・③

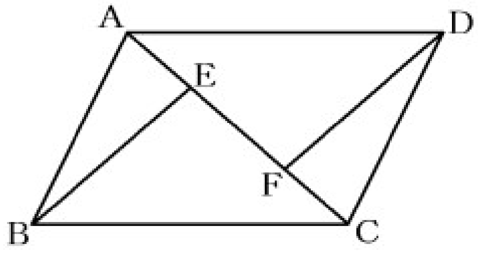
①，②，③から，直角三角形の(　　イ　　)が，それぞれ等しいので,

　△ABE≡△CDF

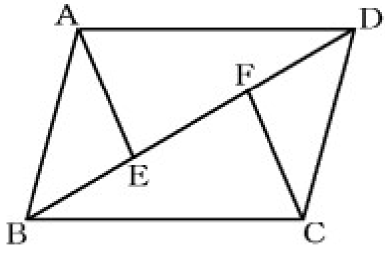
合同な図形では，(　　ウ　　)は等しいので,

　AE＝CF

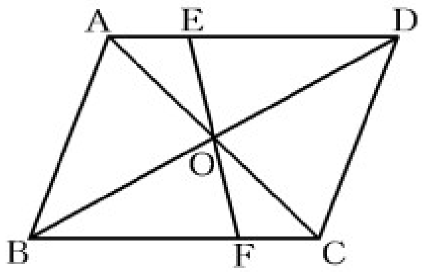
2. 右の図は，平行四辺形 ABCD の対角線 AC 上に AE＝CF となる点 E，点 F をとり，B と E，D と F を結んだものである。このとき，BE＝DF であることを証明せよ。



3. 右の図のように，平行四辺形 ABCD の対角線 BD 上に BE＝DF となるような点 E，F をとるとき，AE // FC となることを証明せよ。



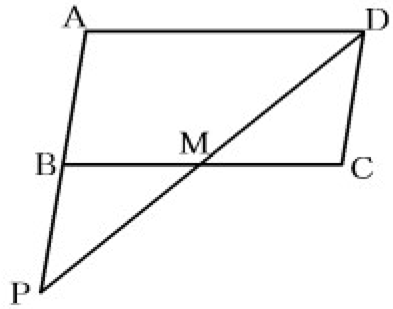
4. 次の図のように，平行四辺形 ABCD の対角線の交点を O とし，O を通る直線が AD，BC と交わる点を E，F とする。このとき，OE＝OF となることを証明した。ア～オにあてはまるものを書け。



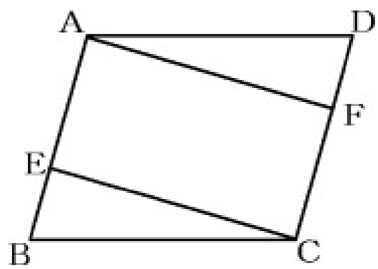
(証明)

△AEO と△(　ア　)で，
平行四辺形の対角線はそれぞれの中点で交わるので，
　AO＝(　イ　) ･･･①
平行線の錯角は等しいので，
　∠EAO＝∠(　ウ　)･･･②
対頂角は等しいので，
　∠AOE＝∠(　エ　) ･･･③
①，②，③から，(　　オ　　)が，それぞれ等しいので，
　△AEO≡△(ア)
合同な図形では，対応する辺の長さは等しいので，
　OE＝OF

5. 右の図の平行四辺形 ABCD で，辺 BC の中点を M とし，DM の延長と AB の延長との交点を P とすれば，AB＝BP となることを証明せよ。



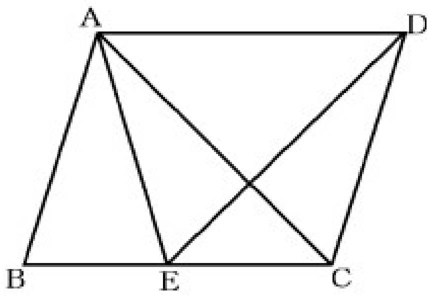
6. 平行四辺形 ABCD の辺 DC，AB 上に，DF＝BE となる点 F，E をそれぞれとる。このとき，AF＝CE であることを証明したい。(　　)にあてはまるものを入れよ。



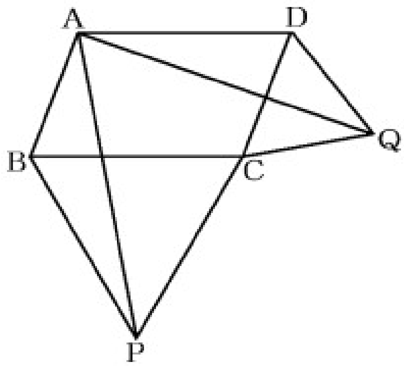
(証明)

(　ア　)と△CEB で，
仮定より，(　　イ　　) ･･･①
平行四辺形の向かいあう辺は等しいので，(　　ウ　　) ･･･②
平行四辺形の向かいあう角は等しいので，(　　エ　　) ･･･③
①，②，③から，(　　オ　　)ので，(　　カ　　)
合同な図形では，対応する辺の長さは等しいので，
　AF＝CE

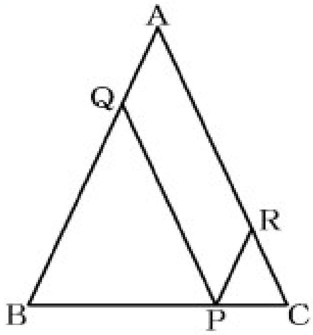
7. 右図のように，平行四辺形 ABCD があり，点 E は辺 BC 上の点で，AB＝AE である。このとき，△ABC≡△EAD となることを証明せよ。



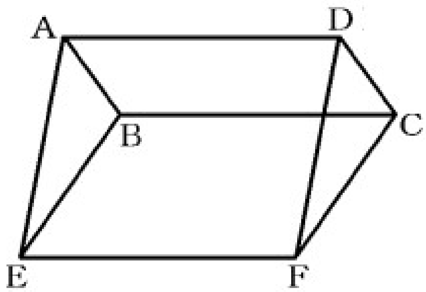
8. 右の図で，四角形 ABCD は平行四辺形，△BPC，△CQD は正三角形である。このとき，AP＝AQ であることを証明せよ。



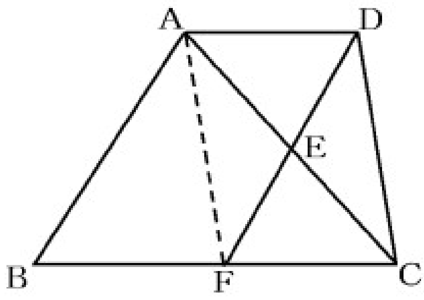
9. 二等辺三角形 ABC の底辺 BC 上に点 P をとる。また，P を通り，辺 AC，AB 上に平行な直線をひき，辺 AB，AC との交点をそれぞれ Q，R とする。このとき，QP＋RP＝AB であることを証明せよ。



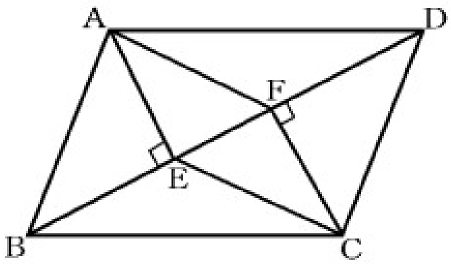
10.右の図で，四角形 ABCD，四角形 BEFC がともに平行四辺形であるとき，四角形 AEFD も平行四辺形であることを証明せよ。



11.右の図のように，AD // BC である台形 ABCD で，対角線 AC の中点を E とし，直線 DE と辺 BC の交点を F とするとき，四角形 AFCD は平行四辺形であることを証明せよ。



12.右の図のように平行四辺形 ABCD の頂点 A, C から対角線 BD に垂線をひき，対角線との交点をそれぞれ E，F とする。このとき四角形 AECF が平行四辺形であることを次のように証明した。(　　)の中にあてはまるものを書き，証明を完成せよ。



(証明)

△ABE と△CDF で，

仮定より，

　∠AEB＝∠CFD＝90°　･･･①

平行四辺形の向かいあう辺の長さは等しいので，

　AB＝(　ア　) ･･･②

平行線の錯角は等しいので，

　∠ABE＝∠CDF ･･･③

①，②，③から，直角三角形の(　　イ　　)が，それぞれ等しいので，

　△ABE≡△CDF

従って，AE＝(　ウ　) ･･･④

また，∠AEF＝∠CFE＝90°　で錯角が等しいから，

　AE (　エ　) CF ･･･⑤

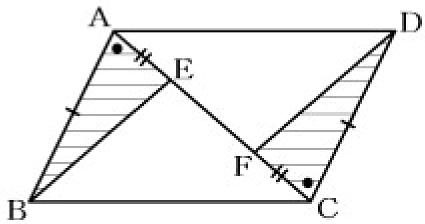
④，⑤より，1 組の向かいあう辺が，等しくて平行なので，

四角形 AECF は，平行四辺形になる。

模範解答

1. [解答]ア　錯角　イ　斜辺と 1 つの鋭角　ウ　対応する辺の長さ

2. [解答]



△ABE と△CDF で,

仮定より,

AE＝CF ･･･①

平行四辺形の向かい合う辺の長さは等しいので,

AB＝CD ･･･②

AB // CD で，平行線の錯角は等しいので,

∠BAE＝∠DCF･･･③

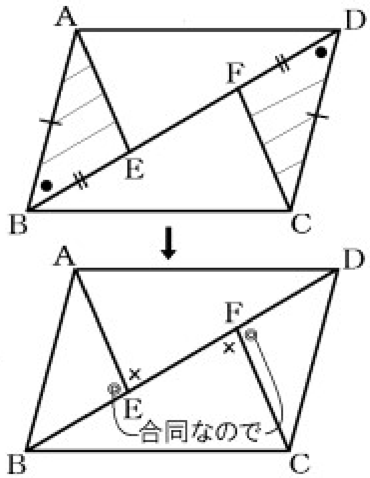
①，②，③から，2 組の辺とその間の角が，それぞれ等しいので,

△ABE≡△CDF

合同な図形では，対応する辺の長さは等しいので,

BE＝DF

3. [解答]



△ABE と△CDF で,

仮定より,

BE＝DF ･･･①

平行四辺形の向かいあう辺は等しいので,

AB＝CD ･･･②

AB // CD で，平行線の錯角は等しいので,

∠ABE＝∠CDF ･･･③

①，②，③から，2 組の辺とその間の角が，それぞれ等しいので，△ABE≡△CDF

合同な図形では，対応する角の大きさは等しいので,

∠AEB＝∠CFD ･･･④

∠AEF＝180°－∠AEB ･･･⑤

∠CFE＝180°－∠CFD ･･･⑥

④，⑤，⑥より，∠AEF＝∠CFE

錯角が等しいので，AE // FC

4. [解答]ア　CFO　イ　CO　ウ　FCO　エ　COF　オ　1 組の辺とその両端の角

5. [解答]

△BPM と△CDM で，

仮定より，

BM＝CM　･･･①

AP // DC で，平行線の錯角は等しいので，

∠PBM＝∠DCM　･･･②

対頂角は等しいので，

∠BMP＝∠CMD　･･･③

①，②，③から，1 組の辺とその両端の角が，それぞれ等しいので，△BPM≡△CDM

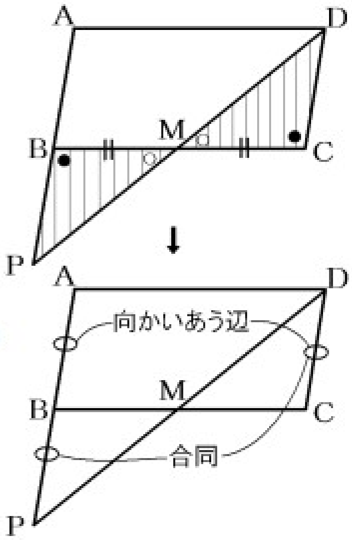
合同な図形では，対応する辺の長さは等しいので，

BP＝CD　･･･④

平行四辺形の向かいあう辺の長さは等しいので，

CD＝AB　･･･⑤

④，⑤より，AB＝BP



6. [解答]ア　△AFD　イ　DF＝BE　ウ　AD＝CB　エ　∠ADF＝∠CBE
　　オ　2 組の辺とその間の角が，それぞれ等しい　カ　△AFD≡△CEB

7. [解答]

△ABC と△EAD で，

四角形 ABCD は平行四辺形なので，

BC＝AD　･･･①

仮定より，AB＝EA　･･･②

②より，△ABE は二等辺三角形なので，

∠ABC＝∠AEB　･･･③

AD // BC で，平行線の錯角は等しいので，

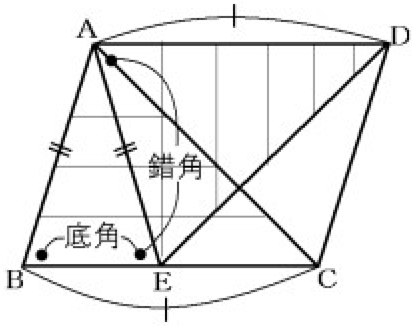
∠AEB＝∠EAD　･･･④

③，④より，

∠ABC＝∠EAD　･･･⑤

①，②，⑤から，2 組の辺とその間の角が，それぞれ等しいので，

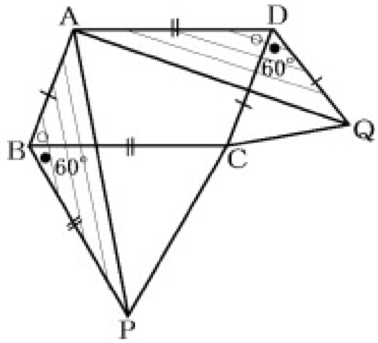
△ABC≡△EAD



8.[解答]

△ABP と△QDA で，

平行四辺形の向かいあう辺は等しいので，AD＝BC ･･･①



△BCP は正三角形なので，BC＝PB ･･･②

①，②より，PB＝AD ･･･③

平行四辺形の向かいあう辺は等しいので，AB＝DC ･･･④

△CDQ は正三角形なので，DC＝QD ･･･⑤

④，⑤より，AB＝QD ･･･⑥

△BCP, △CDQ は正三角形なので, ∠PBC＝∠QDC＝60°

よって，∠ABP＝∠ABC＋∠PBC＝∠ABC＋60° ･･･⑦

∠QDA＝∠ADC＋∠QDC＝∠ADC＋60° ･･･⑧

平行四辺形の向かいあう角は等しいので，

∠ABC＝∠ADC ･･･⑨

⑦，⑧，⑨より，∠ABP＝∠QDA ･･･⑩

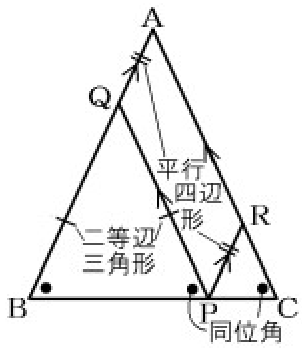
③，⑥，⑩から，2 組の辺とその間の角が，それぞれ等しいので，△ABP≡△QDA

合同な図形では，対応する辺の長さは等しいので，AP＝AQ

9.[解答]

△ABC は二等辺三角形なので，

∠B＝∠C ･･･①



AC // QP で，平行線の同位角は等しいので，

∠C＝∠QPB ･･･②

①，②より，∠B＝∠QPB

よって，△QBP は二等辺三角形になり，QB＝QP ･･･③

また，仮定より，AQ // RP，AR // QP なので，四角形 AQPR は平行四辺形になる。平行四辺形の対辺は等しいので，

AQ＝RP ･･･④

③，④より，QP＋RP＝QB＋AQ

QB＋AQ＝AB なので，

QP＋RP＝AB

10. [解答]

四角形 ABCD は平行四辺形なので,

AD // BC，AD＝BC ・・・①

四角形 BEFC は平行四辺形なので,

BC // EF，BC＝EF ・・・②

①，②より，AD // EF，AD＝EF

1 組の向かい合う辺が，等しくて平行なので,

四角形 AEFD は平行四辺形である。

11.[解答]

△ADE と△CFE で,

仮定より,

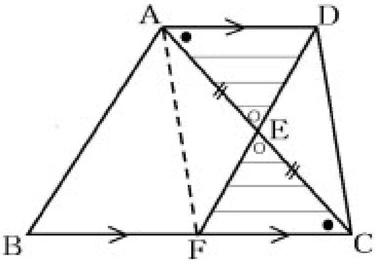
AE＝CE ・・・①

AD // BC で，平行線の錯角は等しいので,

∠DAE＝∠FCE ・・・②

対頂角は等しいので,

∠AED＝∠CEF ・・・③



DE＝FE がいえれば平行四辺形

①，②，③から，1 組の辺とその両端の角が，それぞれ等しいので,

△ADE≡△CFE

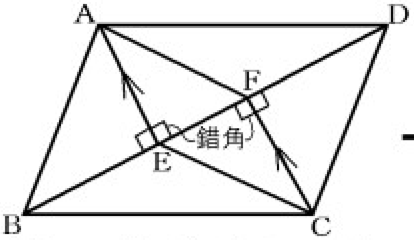
合同な図形では，対応する辺の長さは等しいので,

DE＝FE ・・・④

①，④から，対角線が，それぞれの中点で交わるので，四角形 AFCD は平行四辺形である。

12. [解答]ア CD イ 斜辺と 1 つの鋭角 ウ CF エ //

[解説]



AE＝CF がいえれば 1組の辺が等しくて平行