【微分係数と導関数】

基礎

・微分係数 $f'(a)=$＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿$=$＿＿＿＿＿＿＿＿＿

・$f'(a)$ は曲線 $y=f(x)$ 上の点 $\mathrm{A}\left(a,f(a)\right)$ における接線の傾きを表している。

・関数 $f(x)$ について、$f'(a)$ が存在するとき、$f(x)$ は $x=a$ で＿＿＿＿＿＿＿＿＿という。

・関数 $f(x)$ が $x=a$ で微分可能　⇒　$x=a$ で連続　（逆は成り立たない）

・関数 $f(x)$ から導関数 $f'(x)=$＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿を求めることを＿＿＿＿＿という。

・関数 $y=f(x)$ の導関数は、＿＿, ＿＿, ＿＿＿＿ などの記号でも表す。

例題

⑴ 関数 $f(x)=|x|$ は $x=0$ で微分可能でないことを示せ。

⑵ 関数 $f(x)=\sqrt{x}$ を導関数の定義に従って微分せよ。

練習問題

⑴ 関数 $f(x)=x^3-2x$ のグラフ上の点 $(1,-1)$ における接線の傾きを求めよ。

⑵ 関数 $f(x)=|x^2-1|$ は $x=1$ で微分可能でないことを示せ。

⑶ 関数 $f(x)=\frac{1}{x}$ を導関数の定義に従って微分せよ。

【導関数の計算①】

目標問題

次の関数を微分せよ。

⑴ $f(x)=\frac{x^4-3x^3+2x+1}{x}$

⑵ $f(x)=(3x^2-2)(x^3+1)$

⑶ $f(x)=\frac{x^3}{2x-3}$

⑷ $f(x)=\frac{x^2-1}{x^2+1}$

⑸ $f(x)=(x^2-3x+1)^3$

⑹ $f(x)=\sqrt{x^2-1}$

⑺ $f(x)=\frac{1}{\sqrt{x^2+x}}$

⑻ $f(x)=(2x-1)^3\left(\frac{1}{x}\right)^2$

⑼ $f(x)=x^3\sqrt{1+x^2}$

⑽ $f(x)=\left(\frac{x-1}{x+1}\right)^2$

基礎

・積の微分法　$\{f(x)g(x)\}'=f'(x)g(x)+f(x)g'(x)$

（3 因子のとき　$\{f(x)g(x)h(x)\}'=f'(x)g(x)h(x)+f(x)g'(x)h(x)+f(x)g(x)h'(x)$ ）

・商の微分法　$\left\{\frac{f(x)}{g(x)}\right\}'=\frac{f'(x)g(x)-f(x)g'(x)}{\{g(x)\}^2}$

・合成関数の微分法　$\{f(g(x))\}'=f'(g(x))g'(x)$

練習問題

次の関数を微分せよ。

⑴ $f(x)=(x^2-2)(2x^3+1)$

⑵ $f(x)=(x+2)(x^2-3)(x^3+1)$

⑶ $f(x)=\frac{x^2+6}{\sqrt{x}}$

⑷ $f(x)=\frac{x}{1+x+x^2}$

⑸ $f(x)=(5x^2+2)^4$

⑹ $f(x)=\sqrt{x^3+1}$

⑺ $f(x)=\frac{1}{(x^2-1)^2}$

⑻ $f(x)=(x+1)^3(2x+3)^2$

⑼ $f(x)=(x^2-1)\sqrt{3x-1}$

⑽ $f(x)=\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$