

1

[1] $P = 2(A - 3B) - 5(A - 2B)$ であり、 $A = 5x^2 - 5xy + 2y^2$, $B = 3x^2 - 5xy + 2y^2$ であるとする。

$$(1) P = \boxed{\text{アイ}}A + \boxed{\text{ウ}}B$$

であるから、 P を x, y の式で表すと

$$P = \boxed{\text{エオ}}x^2 - \boxed{\text{カ}}xy + \boxed{\text{キ}}y^2$$

となる。

(2) $y = -2$ のときの P を $P(x)$ と書く。

$$P(x) = \boxed{\text{クケ}}x^2 + \boxed{\text{コサ}}x + \boxed{\text{シ}}$$

であり、

$$P(x) = \boxed{\text{スセ}}(x - \boxed{\text{ソ}}) \left(x + \frac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}}} \right)$$

と変形できる。

ゆえに、方程式 $P(x) = 0$ の解は $\boxed{\text{ソ}}$, $\frac{\boxed{\text{テト}}}{\boxed{\text{ナ}}}$ である。

[2] 2桁の正の整数全体からなる集合を全体集合 U とし、 U の要素のうち

7 の倍数全体からなる集合を A

3 で割ると 1 余る整数全体からなる集合を B

5 で割ると 2 余る整数全体からなる集合を C

とする。また、一般に集合 S の要素の個数を $n(S)$ で表す。

$$n(A) = \boxed{\text{アイ}}, n(B) = \boxed{\text{ウエ}}, n(C) = \boxed{\text{オカ}}$$

であり、 $B \cap C$ の要素は小さい方から順に

$$\boxed{\text{キク}}, \boxed{\text{ケコ}}, \boxed{\text{サシ}}, \dots$$

であるから

$$n(B \cap C) = \boxed{\text{ス}}, n(\bar{B} \cap \bar{C}) = \boxed{\text{セソ}}$$

である。また、

$$n(C \cap A) = \boxed{\text{タ}}, n(\bar{C} \cap A) = \boxed{\text{チツ}}, n(A \cap B) = \boxed{\text{テ}}, n(A \cap \bar{B}) = \boxed{\text{ト}}$$

であり、

$$n(A \cap \bar{B} \cap \bar{C}) = \boxed{\text{ナ}}, n(A \cup \bar{B} \cup \bar{C}) = \boxed{\text{ニヌ}}$$

である。

[3] a, b を実数とし、2 次関数

$$y = 2x^2 + 6x + 5 \quad \dots \textcircled{1}$$

$$y = -(x + 2a)^2 + b \quad \dots \textcircled{2}$$

の表す放物線をそれぞれ C_1, C_2 とする。

(1) C_1 の頂点と C_2 の頂点が一致するとき、

$$a = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}, b = \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$$

(2) ①について、 $y = 1$ となる x の値は $\boxed{\text{オカ}}$ と $\boxed{\text{キク}}$ である。②についても、 $y = 1$ となる x の値

が $\boxed{\text{オカ}}$ と $\boxed{\text{キク}}$ であるとすると、 C_2 の軸は直線 $x = \frac{\boxed{\text{ケコ}}}{\boxed{\text{サ}}}$ で、頂点の座標は $\left(\frac{\boxed{\text{ケコ}}}{\boxed{\text{サ}}}, \frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}} \right)$ である。

(3) C_1 を x 軸方向に c 、 y 軸方向に $2c$ だけ平行移動したとき、 y 軸と点 $(0, 3)$ で交わるならば、

$c = \boxed{\text{セ}}$ である。このとき、移動した放物線を表す 2 次関数の最小値は①の最小値より $\boxed{\text{ソ}}$ だけ大きい。

2

[1] 四角形 ABCD が

$$AB = 1 + \sqrt{2}, \angle ABC = 45^\circ, BC = 2, CD = \sqrt{6}, AB < AD, \cos \angle ADC = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

を満たしている。

このとき、対角線 AC の長さは $\sqrt{\text{ア}}$ であり、 $\cos \angle ACB = \frac{\sqrt{\text{イ}}\sqrt{\text{ウ}} - \sqrt{\text{エ}}}{\text{オ}}$ である。

さらに、 $\sin \angle CAD = \frac{\sqrt{\text{カ}}}{\text{キ}}$ 、 $\triangle ACD$ の外接円の半径は $\frac{\text{ク}}{\text{ケ}}$ となる。また、 $AD = \text{コ}$ であり、四角形

ABCD の面積は $\text{サ}\sqrt{\text{シ}} + \text{ス}$ である。

[2] 次の表は、通学時間について、30 人の学生に聞いた結果を累積度数でまとめたものである。

| 階級(分) (以上) (未満) | 階級値 (分) | 累積度数 (人) |
|--------------------|------------|-------------|
| 0 ~ 10 | 5 | 3 |
| 10 ~ 20 | 15 | 7 |
| 20 ~ 30 | 25 | 12 |
| 30 ~ 40 | 35 | 18 |
| 40 ~ 50 | 45 | 25 |
| 50 ~ 60 | 55 | 28 |
| 60 ~ 70 | 65 | 30 |

以下、小数の形で解答する場合は、指定された桁数の一つ下の桁を四捨五入し、解答せよ。途中で割り切れた場合は、指定された桁まで 0 を解答すること。

通学時間が「10 分未満」の相対度数は $0.\text{アイ}$ であり、「30 分以上 40 分未満」の相対度数は 0.

ウエ である。

最頻値(モード)は オカ 分であり、中央値は キク 分以上 ケコ 分未満の階級にある。

また、平均値を階級値で求めると $\text{サシ}.\text{ス}$ 分である。

3

6 個の数字 0, 1, 2, 3, 4, 5 から異なる 3 個の数字を選んで 3 桁の整数をつくる。

- (1) 奇数は **アイ** 通り、偶数は **ウエ** 通りできる。
- (2) 25 の倍数は **オ** 通りでき、3 の倍数は **カキ** 通りできる。
- (3) 321 より小さい整数は **クケ** 通りできる。
- (4) 百の位の数字を a 、十の位の数字を b 、一の位の数字を c とする。 $a > b > c$ を満たす整数は **コサ** 通りでき、 $b > a, b > c$ を満たす整数は **シス** 通りできる。

4

35 で割り切れる 3 桁の自然数 N があり、 N の各位の数字の和は 15 であるという。 N の百の位、十の位、一の位の数字を、それぞれ a, b, c とする。

このとき、

$$a + b + c = \text{アイ}$$

であり、

$$c = \text{ウ} \quad \text{または} \quad \text{エ} \quad (\text{ウ} < \text{エ})$$

である。

$c = \boxed{\text{ウ}}$ のとき、 N を a で表すと

$$N = \boxed{\text{オカ}}a + \boxed{\text{キクケ}}$$

となるので、 N が 35 で割り切れることから $a = \boxed{\text{コ}}$ である。

$c = \boxed{\text{エ}}$ のとき、 N を a で表すと

$$N = \boxed{\text{サシ}}a + \boxed{\text{スセソ}}$$

となるので、 N が 35 で割り切れることから $a = \boxed{\text{タ}}$ である。

さらに、 b の値を求めることにより、 $N = \boxed{\text{チツテ}}$ である。

5

$AB : AC = 2 : 3$ である $\triangle ABC$ がある。辺 AB, BC の中点をそれぞれ M, N とし、 $\angle BAC$ の二等分線が MN, BC で交わる点をそれぞれ P, Q とする。

$$(1) \frac{BQ}{QC} = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$$

であるから

$$\frac{QN}{BQ} = \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$$

である。

$$(2) MN = \frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}AC, MP = \frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}AB \text{ より}$$

$$\frac{PN}{MP} = \frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$$

である。また、

$$\frac{PQ}{AP} = \frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}$$

である。